PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE BALEARES

SEPTIEMBRE – 2007

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.

OPCIÓN A

1º) A cada matriz real $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ se le asocia el polinomio $P(x)=x^2-(a+d)x+|A|$, donde $|A|$ indica el determinante de A. Diremos que P(x) es el polinomio característico de la matriz A. Se pide:

a) Hallar una matriz que tenga como polinomio característico $P(x)=x^2+x+1$. ¿Cuántas matrices hay con este mismo polinomio característico?

b) Si A tiene inversa, demuestra que el polinomio característico de la matriz inversa de A, A^{-1}, es $P(x)=x^2-\frac{a+d}{|A|}x+\frac{1}{|A|}$.

2º) Calcula la ecuación de la recta s que pasa por el punto P(2, -1, 1) y corta perpendicularmente a la recta $r\equiv\frac{x-3}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{2}$.

3º) Se considera la función $y=\frac{(x+1)^2}{e^x}$. Determina los extremos relativos y los puntos de inflexión. Haz una gráfica aproximada de la función.

4º) Se consideran las curvas $y=x^2-1$ e $y=\sqrt{x+1}$. Halla la ecuación de la recta tangente a la primera curva en el punto de corte con la otra, de abscisa positiva.

OPCIÓN B

1º) Discute el sistema $\begin{cases} x+ky+2z=1 \\ x+(2k-1)y+3z=1 \\ x+ky+(k+3)z=2k-1 \end{cases}$ y resuélvelo en el caso de k = 1.

2º) Calcula los puntos de la recta $r \equiv \frac{x+2}{3}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{2}$ que están a una unidad de distancia del plano $\pi \equiv x+y+z=0$.

3º) La recta $y=2x-1$ es una asíntotas oblicua de la función $f(x)=\frac{2x^2-1}{x+k}$. Halla el valor de k y, si existen, los extremos locales de la función.

4º) Utilizando los teoremas de Bolzano y Rolle, demuestra que las curvas $y=\cos x$ e $y=\sqrt{x}$ se cortan en un único punto.

****